Suites numériques

Définition de la suite numérique :

Une suite numérique est une fonction de ou de à valeurs dans . On la note ou

Série :

On note la série de terme général ,

est la somme partielle d’ordre de

Convergence des séries :

La série numérique est dite convergente si la suite de ses sommes partielles converge, ie :

En cas de converge (ie d’existence de ), on définit pour tout le reste d’ordre de par

Une série non convergente est dite divergente.

Limite des restes en cas de convergence :

Si converge, alors

Série télescopique :

Une série télescopique est une série numérique dont le terme général est où

On a alors converge converge

Et en cas de convergence,

Théorème :

Soit une série numérique. Si converge, alors

Contraposée : Si ne converge pas vers 0, alors on dit que diverge grossièrement.

Opérations sur les séries convergentes :

Soient et deux séries numériques. Si et convergent, alors converge.

Ainsi, si converge et diverge, alors diverge.

**Séries à termes positifs**

Majoration des sommes partielles

Soit une suite de réels positifs. La série numérique converge ssi la suite de ses sommes partielles est majorée. En cas de convergence, on a :

Corollaire :

Soit et deux SATP tq

1. Si converge, alors converge.
2. Si diverge, alors diverge.

Convergence et domination :

Soient et deux SATP. On suppose que

1. Si converge alors converge.
2. SI diverge alors diverge.

Convergence et équivalents :

Soient et deux SATP. On suppose que .

Alors et sont de même nature.

**Critères d’étude :**

Théorème : (Règle d’Alembert)

Soit une suite réelle, en supposant que

Si , alors

1. Si , alors diverge grossièrement.
2. Si , alors converge.
3. Si , on ne peut conclure.

Théorème de comparaison série-intégrale :

Soit et une fonction continue, décroissante et à valeurs >0.

Alors la série numérique et l’intégrale généralisée on même nature.

**Séries de référence :**

* Suites géométriques : Soit , la série géométrique converge ssi
* Théorème : (Séries de Riemann)

Soit La série numérique converge ssi .